УРОК 6

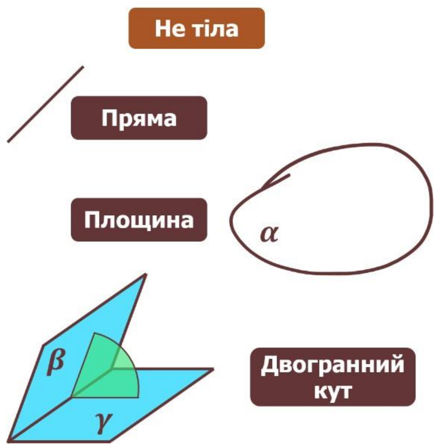
Тема: Многогранник та його елементи. Опуклі многогранники

Сьогодні на уроці ви повинні засвоїти поняття геометричного тіла; многогранника та його елементів; навчитися відрізняти опуклий многогранник від неопуклого; зрозуміти поняття площі многогранника і теорему Ейлера (*про співвідношення вершин, граней і ребер многокутника)*

I. Вивчення нового матеріалу

- **Геометричні тіла**

В стереометрії геометричні фігури поділяються на тіла і не тіла. На інтуїтивному рівні поняття тіла можуть розкрити наведені нижче приклади та малюнки.

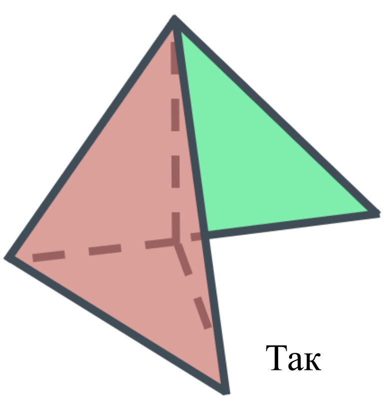


Наприклад, тілами не можуть бути пряма, площина, двогранний кут, промінь, так як вони не обмежені в просторі.

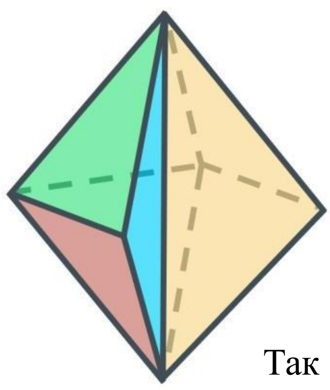
Кожне геометричне тіло має поверхню та обмежену внутрішню просторову область. Просторова область геометричного тіла складається з одного «шматка», а кожна точка геометричного тіла належить його просторовій області або поверхні.

Строге означення тіла виходить за рамки розглядуваного курсу.

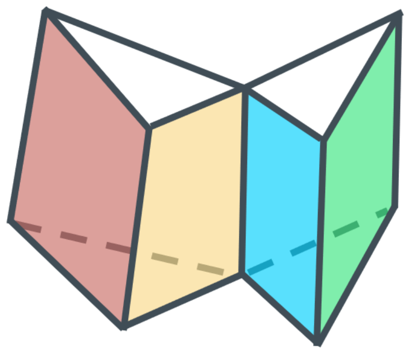
- Чи є тілом зображена фігура?



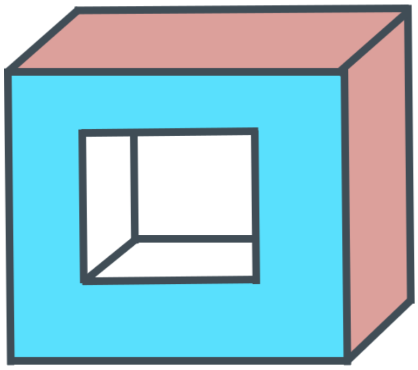
Так



Так



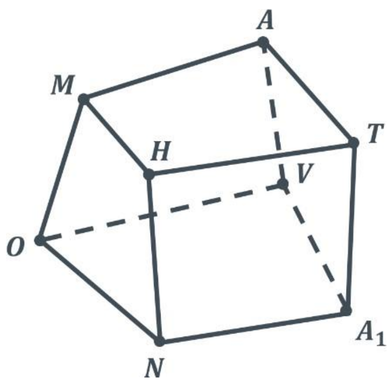
Ні, об'єднання двох тіл зі спільним ребром не вважається геометричним тілом, так як ця фігура містить дві роз'єднані просторові області а не одну.



Так

- **Многогранник та його елементи**

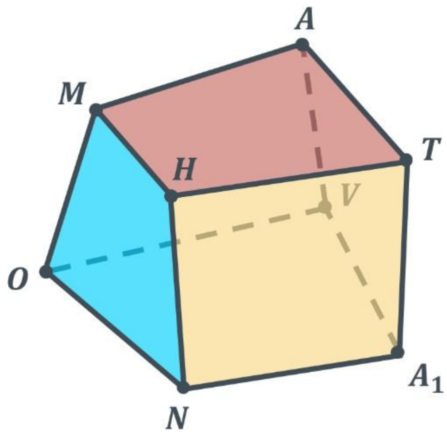
➢ Наведіть приклади відомих вам многогранників
(Куб, піраміда, прямокутний паралелепіпед)



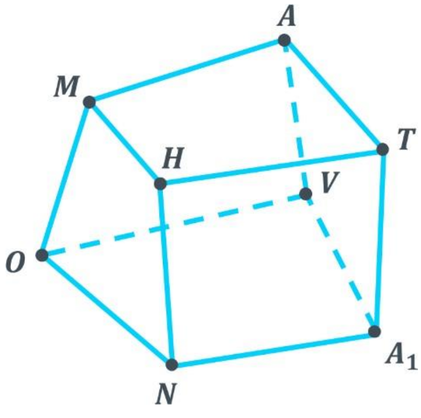
Многогранник – це тіло, поверхня якого складається зі скінченної кількості многокутників.

➢ Назвіть грані многогранника

Многокутники, що обмежують многогранники, називають ***гранями***. На малюнку многогранник $MATHNOVA_1$ складається з многокутників $MATH$, $NOVA_1$, $TAVA_1$, $MAVO$, HTA_1N, $MHNO$, які є його гранями.

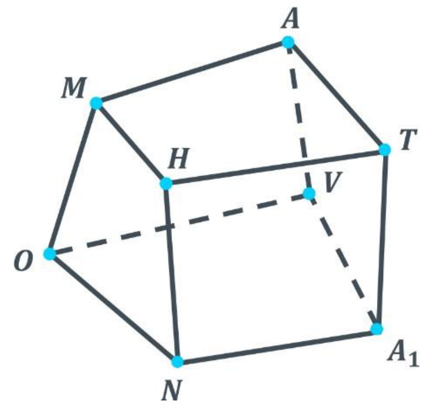


➢ Назвіть ребра многогранника
(Наприклад, MA, TH, NO, VA)



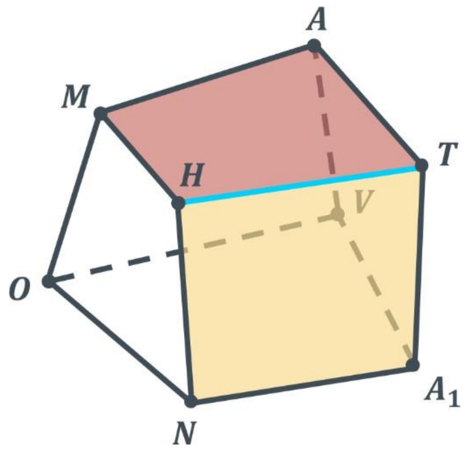
Сторони граней многогранника називають його ***ребрами***.

- Назвіть вершини многогранника
  (Наприклад, M, A, T, H)



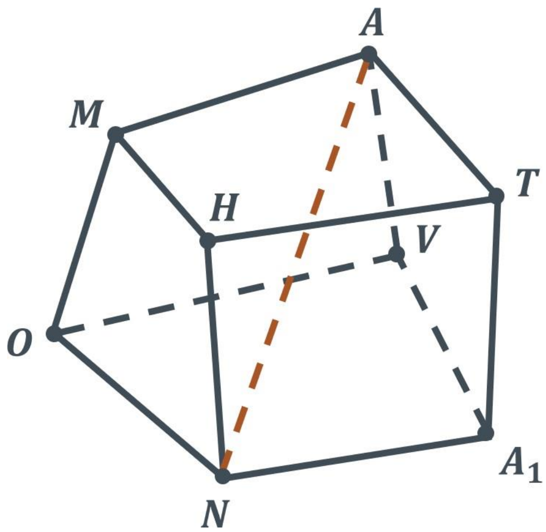
Кінці ребер многогранника називаються його ***вершинами***.

- Наведіть приклад сусідніх граней многогранника



Дві грані многогранника називаються *сусідніми*, якщо вони мають спільне ребро. Наприклад, грані $MATH$ і HTA_1N многогранника $MATHNOVA_1$ є сусідніми, такяк мають спільне ребро HT.

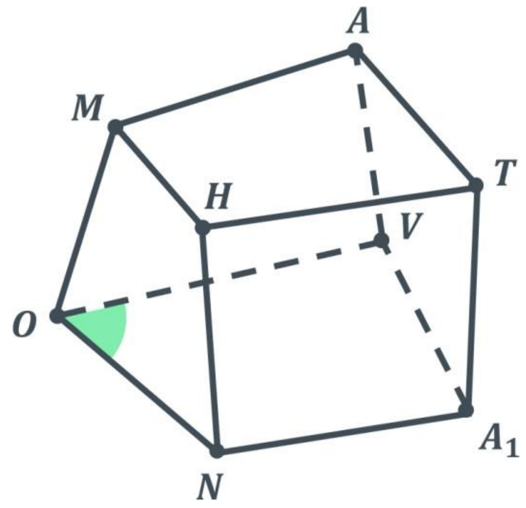
- Наведіть приклад діагоналі многогранника



Відрізок, який сполучає дві вершини, що не належать одній грані, називається ***діагоналлю многогранника***.

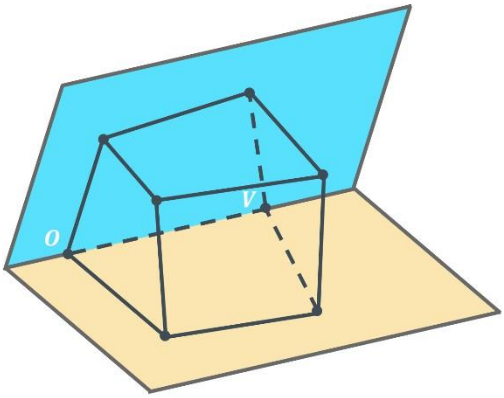
Кут з вершиною O грані многогранника називається ***плоским кутом многогранника при вершині O***.

Наприклад, $\angle NOV$ є плоским кутом многогранника $MATHNOVA_1$ при вершині O



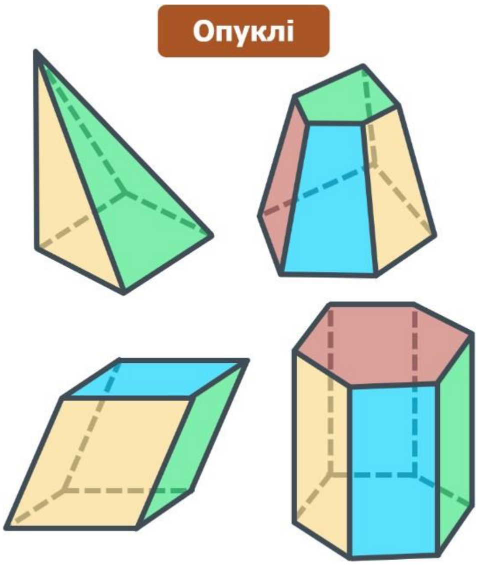
➢ Що ми називаємо двогранним кутом?

(Двогранним кутом називається фігура, утворена двома півплощинами із спільною прямою, що їх обмежує. Півплощини називають гранями, а пряма, що їх обмежує – ребром двогранного кута.)

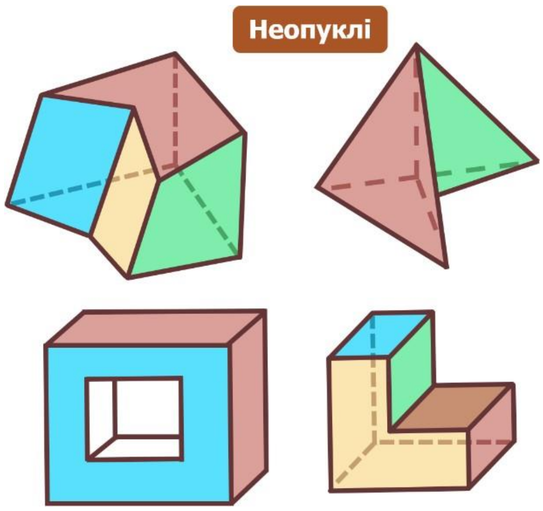


Двогранним кутом многогранника при ребрі OV називають двогранний кут з ребром OV, грані якого містять сусідні грані многогранника, для яких ребро OV є спільним.

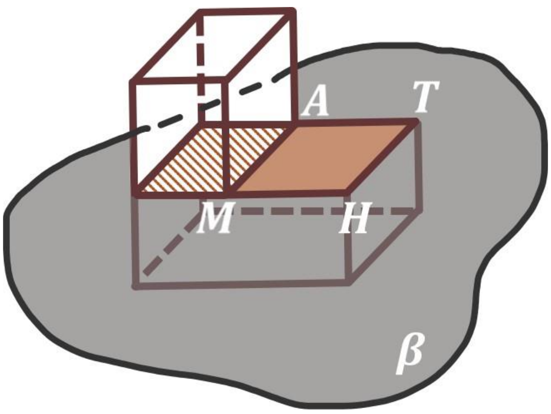
- **Опуклі та неопуклі многогранники**



Многогранник називають ***опуклим***, якщо він розміщений по один бік від площини кожної його грані

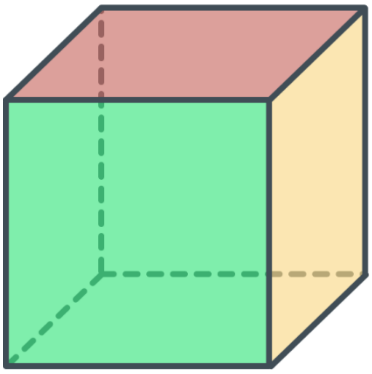


Приклади неопуклих многогранників



Наприклад, розглянемо неопуклий многогранник. Площина β ($MATH \in \beta$) розбиває цей неопуклий многогранник на дві частини.

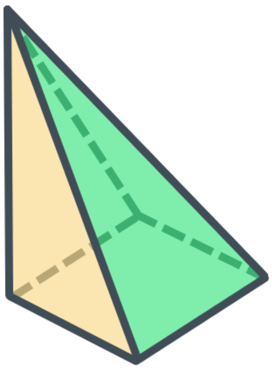
- **Площа поверхні многогранника**



Площа многогранника – це сума площ усіх його граней; вона дорівнює площі розгортки даного многогранника.

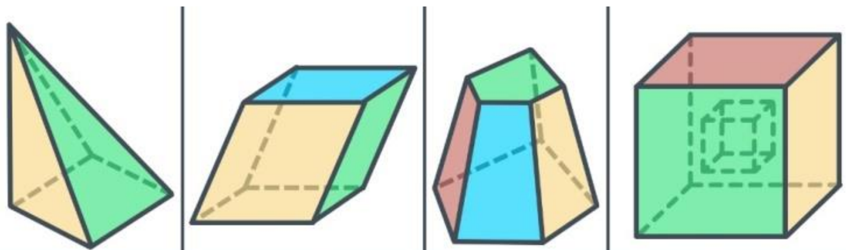
Якщо поверхню многогранника розрізати по декількох його ребрах і розкласти на площині, то отримаємо ***розгортку*** цього многогранника. Поверхню одного многогранника можна розгорнути по-різному. На малюнку можна переглянутидекілька розгорток куба.

- **Теорема Ейлера** *(про співвідношення вершин, граней і ребер многокутника)*



- Скільки вершин має цей многогранник?
  (5)
- Скільки граней має цей многогранник?
  (5)
- Скільки ребер має цей многогранник?
  (8)
  Яке отримали співвідношення між числом вершин, граней і ребер (В + Г – Р)? *(2)*

- Заповніть аналогічно таблицю:



Вершини (В)	5	8	10	16
Грані (Г)	5	6	7	12
Ребра (Р)	8	12	15	24
В + Г - Р	2	2	2	4

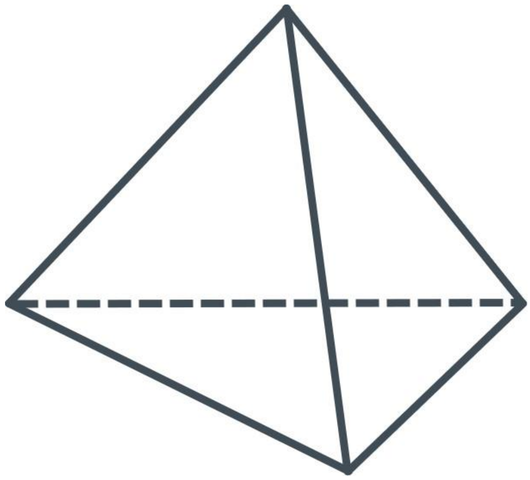
➢ Як можемо сформулювати цю теорему?

***Теорема** (про співвідношення вершин, граней і ребер многокутника)*

Для будь-якого опуклого многогранника В + Г – Р = 2

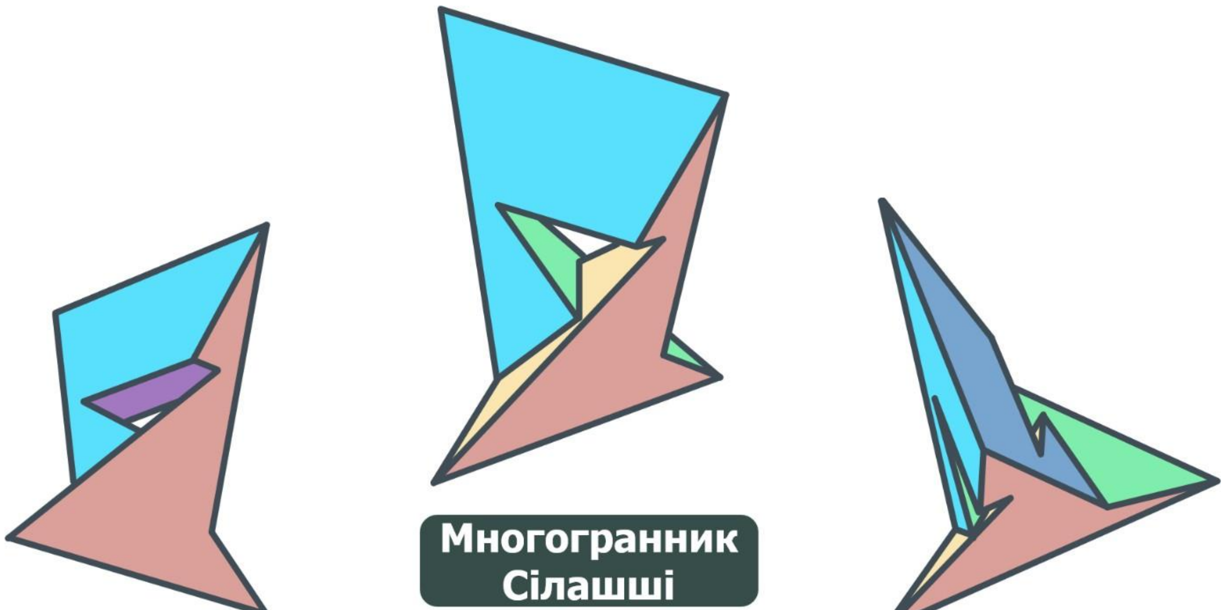
- **Цікаво**

➢ Чи існує многогранник без діагоналей?
(Так. Наприклад, тетраедр)

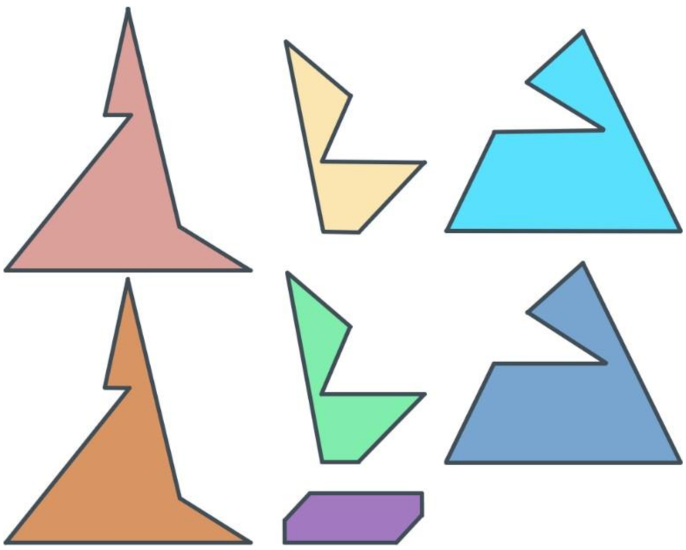


➢ Чим ще цікавий тетраедр?
(Кожна грань тетраедра має спільне ребро з будь-якою іншою гранню)

➢ Чи існує ще один многогранник з такою особливістю?
(Власна думка)



➢ Так, наразі відомий ще один многогранник у якого будь-які дві гранімають спільне ребро – многогранник Сілашші



Многогранник Сілашші має:

- 7 граней
- 14 вершин
- 21 ребро

- Чи існують інші многогранники, у яких будь-які дві грані мають спільнеребро?
- Наразі невідомо, чи існують інші многогранники окрім тетраедра та многогранника Сілашші, в яких будь-які дві грані мають спільне ребро. Досить довго вважалося, що тетраедр – це єдиний многогранник, у якого будь-які дві грані мають спільне ребро.

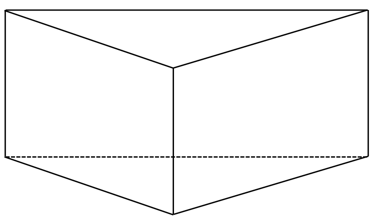
  Існує ще один цікавий многогранник, що має таку ж особливість як тетраедр – многогранник Часара, цей многогранник, як і тетраедр, такожнемає діагоналей.

ІІ. Закріплення нових знань та вмінь учнів

№1

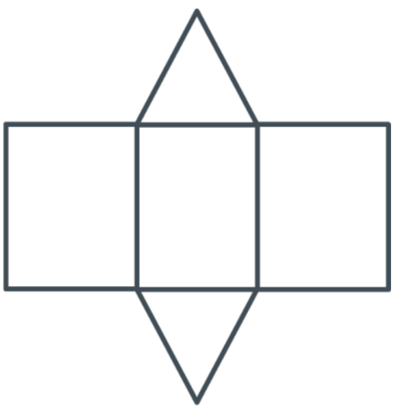
Намалюйте многогранник, який має 5 граней і 6 вершин. Скільки ребер він має?

Розв’язок:



Відповідь: 9 ребер

№2

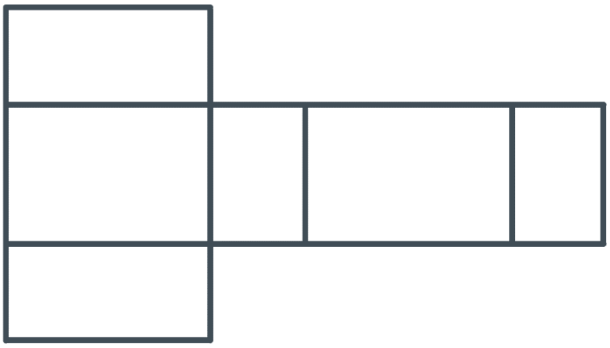


// ЗНО 2010 //

На малюнку зображено розгортку многогранника. Визначте кількість його вершин.

Відповідь: 6 вершин

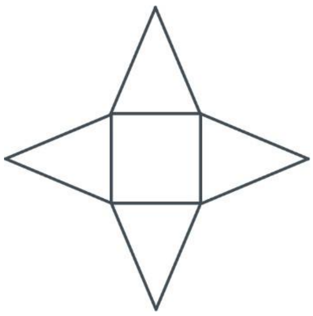
№3



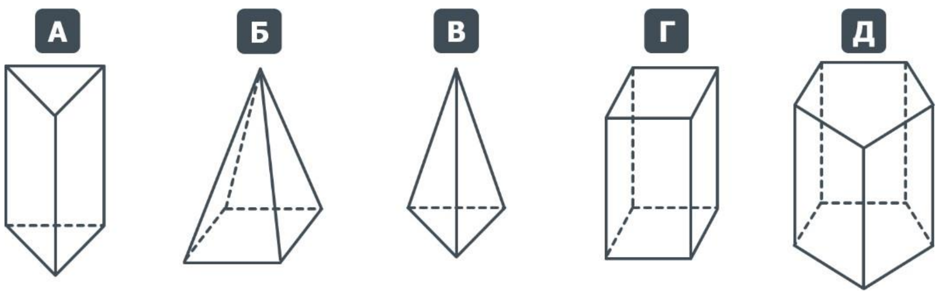
// ЗНО 2010 //
На малюнку зображено розгортку многогранника. Визначте кількістьйого ребер.

Відповідь: 12 ребер

№4



// ЗНО 2019 //
Розгортку якого з наведених многогранників зображено на рисунку?



Відповідь: Б

[Опорний конспект]

Домашнє завдання: 1.Опрацювати конспект
2. Побудувати власні опуклі та неопуклі многогранники і переконатися в справедливості теореми Ейлера
3. (Практичне завдання) Побудуйте декілька розгорток тетраедра і куба та виріжте з цупкого паперу по одній (один тетраедр і один куб) з побудованих розгорток